

التمرين الأول : (07 نقاط)

1 نعطي العدد الحقيقي α من المجال $[0; \pi]$ و العدد مركب z و العبارة $P(z)$ المعرفة كما يلي:

$$P(z) = z^3 - (1 - 2\sin \alpha)z^2 + (1 - 2\sin \alpha)z - 1$$

. احسب $P(1)$ ثم استنتج انه يوجد عددين حقيقيين a و b يطلب تعبينهما بحيث: $P(z) = (z-1)(z^2 + az + b)$

. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\boxed{P(z) = 0}$.

(3) في المستوى المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتاجنس $(O; \bar{u}, \bar{v})$ نعطي النقط A و B و C لواحقها على الترتيب

$$z_C = \bar{z}_B \quad \text{و} \quad z_B = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \quad , \quad z_A = 1$$

أ- علم النقط A ، B ، C ما طبيعة المثلث ABC ؟

ب- نعطي النقطة O نظيرة D بالنسبة إلى النقطة B و S التشابه المباشر الذي مركزه O ويحول C إلى D .

ج- عين العناصر المميزة للتشابه المباشر S .

(4) عين العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{1}{z_B}\right)^n$ عدداً حقيقياً سالباً.

التمرين الثاني: (07 نقاط):

(1) أ) عين مجموعة الثنائيات $(x; y)$ من $\boxed{x^2 + y^2 = 3}$ حلول المعادلة: $3 = 8x - 5y$

ب) عدداً صحيحاً بحيث توجد ثنائية $(p; q)$ من الأعداد الصحيحة تحقق: $1 = 8p + 1$

و $m = 5q + 4$ ، بين أن الثنائية $(p; q)$ هي حل للمعادلة (E) ، واستنتاج أن: $9 \equiv 40$

ج) عين أصغر عدد طبيعي m أكبر من 2000 .

(2) أ) أثبت أنه من أجل عدد طبيعي k لدينا: $2^{3k} \equiv 1 \pmod{7}$

ب) ما هو باقي القسمة الإقلية للعدد 2^{2009} على 7 ؟

(3) $N = a \times 10^3 + b$ عددان طبيعيان أقل من أو يساوي 9 مع $a \neq 0$ ، ونعتبر العدد الطبيعي N حيث: $N = a \times 10^3 + b$. علما أنه في النظام العشري العدد N يكتب $\overline{a00b}$.

نريد تعبيين من ضمن هذه الأعداد الطبيعية N تلك التي تقبل القسمة على 7 .

أ) تتحقق من أن: $10^3 \equiv -1 \pmod{7}$. ب) استنتاج الأعداد الطبيعية N التي تقبل القسمة على 7 في الحالة $a \equiv 2 \pmod{7}$ و $b \equiv 2 \pmod{7}$.

التمرين الثالث (06 نقاط):

(I) : يحتويوعاء على n كرة بيضاء و 5 كرات حمراء و 3 كرات خضراء. نسحب عشوائياً كرتين في آن واحد (متماطلة عند اللمس).

(1) نرمز بالرمز $P(n)$ إلى احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون.

(2) أثبت أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} p(n)$ ، ثم فسر النتيجة..

. $P(n) = \frac{(n^2 - n + 26)}{(n+8)(n+7)}$

. في هذا الجزء نضع $n = 4$

. احسب $p(4)$

(2) نسحب عشوائياً كرتين في آن واحد من هذا الوعاء.

يقوم لاعب بإنجاز سحبين مستقلين عن بعضهما بحيث يعيد إلى الوعاء الكرتين المسحوبتين منه في السحب الأول. مقابل إجراء هذين السحبين يدفع اللاعب مساقاً مبلغه قدره 30 ديناراً، ومن أجل كل سحب يحصل على 40 دينار إن كانت الكرتان من نفس اللون، ويحصل على 5 دنانير إن كانتا من لونين مختلفين.

نسمي ربح لهذا اللاعب الفرق بين مجموع ما يحصل عليه من السحبين والمبلغ الذي دفعه مقدماً (يمكن أن يكون الربح موجباً أو سالباً). نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبين مستقلين ربح هذا اللاعب. احسب الأمل الرياضي للمتغير X .

بالتوفيق